

## **ВІДГУК**

офіційного опонента на дисертаційну роботу  
**Бистрика Юрія Сергійовича**  
**«Аномальні транспортні та релаксаційні процеси у  
стохастичних системах з надповільною еволюцією»,**  
представлену на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю  
01.04.02 – теоретична фізика

### **Актуальність роботи**

Дисертаційна робота присвячена дослідженню аномальних транспортних та релаксаційних властивостей деяких класів стохастичних процесів, що проявляють повільну та надповільну поведінку, а також розвиненню теоретичних методів аналізу систем з аномальними характеристиками.

Такі дослідження, безумовно, є актуальними, оскільки аномальна транспортна та релаксаційна поведінка спостерігається у великій кількості неоднорідних та неупорядкованих систем різноманітної природи. Особливий інтерес викликають складні системи із статистикою Леві та надповільною еволюцією. Скейлінгові властивості зазначених систем характеризують функціями, що є набагато повільнішими за степеневі. Водночас для цих систем притаманними є випадкові довжини стрибків (переходів системи між станами) та випадкові часи їх очікування в поточному стані з нескінченною дисперсією. Це приводить до того, що статистика таких систем принциповим чином відрізняється від типової гауссової. Наприклад, для них не виконуються класичні дифузійні закони Фіка та дебаєвські релаксаційні режими. А тому постає важливе завдання розвинення методів їх опису та аналізу.

Актуальність теми дисертаційної роботи також підтверджується тим, що проведені у ній дослідження належать до ряду держбюджетних науково-дослідних робіт, що виконувалися в рамках наукових програм МОН України. Крім того, деякі з опублікованих статей, в яких відображені основні наукові результати дисертації, написані у співавторстві з вченими, робота яких в рамках даної тематики підтримувалася науковими програмами Європи та США.

### **Загальна характеристика роботи**

За структурою дисертація складається із вступу, п'яти розділів, висновків, переліку використаних джерел та додатків.

У **вступі** автором вказано актуальність теми дисертаційної роботи, мету та основні завдання дослідження, сформульовано наукову новизну результатів та їх практичне значення, а також зазначено особистий внесок дисертанта, інформацію про публікації та апробацію результатів роботи.

У **першому** розділі дисертації наведено детальний літературний огляд робіт, присвячених попереднім дослідженням аномальних стохастичних процесів.

Описано основні методи теоретичного вивчення таких процесів та деякі важливі приклади їх практичного застосування. Як результат, поставлено ряд відкритих завдань, пов'язаних із побудовою моделей складних систем із надповільною еволюцією та аналізом їх аномальних транспортних та релаксаційних властивостей. Вирішенню цих завдань і присвячена дисертаційна робота.

У **другому** розділі роботи на основі теорії неперервних у часі випадкових блукань з важкими розподілами довжин стрибків процесу та надважкими розподілами часів його очікування в поточному положенні проводиться побудова моделі надповільних польотів Леві. Вводиться гранична густина ймовірності для відповідним чином масштабованого значення координати досліджуваного процесу. А далі, використовуючи рівняння Монтролла-Вейсса, знайдено всі можливі граничні густини ймовірності масштабованих польотів Леві та відповідні їм масштабуючі функції часу, що визначають поведінку розглядуваного процесу при великих значеннях часу. Одержані результати класифіковано в залежності від параметрів моделі та вказано їх основні транспортні властивості.

У **третьому** розділі дисертаційної роботи знаходяться альтернативні представлення граничних густин ймовірності, що дають можливість детально дослідити їх аналітичні властивості. Проводиться опис поведінки надповільних польотів Леві в областях, що відповідають режимам як типових, так і рідкісних флуктуацій. Пропонуються альтернативні підходи дослідження надповільних польотів Леві, що використовують методи характеристичних функцій та рівнянь Ланжевена. Отримані у розділі аналітичні результати підтверджуються проведенням числовим моделюванням.

У **четвертому** розділі дисертації будується модель дворівневої системи, властивості структурних елементів якої еволюціонують у відповідності з дихотомічним процесом, та виводиться рівняння, що описує процес релаксації в ній. Знайдено асимптотичні у часі розв'язки даного рівняння у випадках, якщо часи перебування дворівневої системи в дозволених станах розподілені згідно з важкими та/або надважкими густинами ймовірності. Зазначено, що релаксація в системі може проявляти широкий спектр аномальних режимів, та проведено їх класифікацію. Показано, що дана модель може бути використана для дослідження аномально повільних та надповільних процесів адсорбції-десорбції та ущільнення гранульованих матеріалів.

У **п'ятому** розділі роботи отримано ряд точних релаксаційних залежностей для дворівневої системи, що введена в четвертому розділі. Так, знайдено релаксаційні функції, що описують як класичну дебаєвську релаксацію, так і аномальні осцилюючі та повільні степеневі режими. Також одержано рівняння для густини ймовірності різниці часу перебування системи в «верхньому» та «нижньому» станах і показано зв'язок цієї величини з релаксаційною функцією. Точні та асимптотичні аналітичні релаксаційні формули із четвертого та п'ятого розділів підтверджено результатами проведених числових розрахунків.

Оформлення дисертаційної роботи та автореферату відповідає вимогам, які встановлено до робіт, що подаються на здобуття ступеня кандидата наук. Автореферат повністю відображає зміст дисертаційної роботи.

### **Новизна та наукова цінність результатів**

У дисертаційній роботі отримано значну кількість наукових результатів, які передбачають наявність нових транспортних та релаксаційних режимів для широкого кола складних систем. Дані результати сприяють подальшому розвитку теорії аномальних процесів та можуть бути корисними для практичних задач, пов'язаних із прогнозуванням поведінки стохастичних систем із статистикою Леві та повільною/надповільною еволюцією. Так, до ряду процесів, що описуються в рамках запропонованого в роботі підходу, відноситься релаксація в ансамблях магнітних диполів, проходження фотонів через неоднорідні середовища, захоплення вакансій дислокаціями, ущільнення гранульованих матеріалів, адсорбція-десорбція речовин поверхневими шарами пористих тіл тощо.

До **основних наукових результатів** дисертації можна віднести наступні.

1. Узагальнено теорію неперервних у часі випадкових блукань на випадок стохастичної системи, для якої розподіл довжин стрибків випадкового процесу має важкі хвости, а розподіл часів очікування між ними – надважкий хвіст, що дозволило знайти всі можливі граничні густини ймовірності та відповідні їм масштабуючі функції часу для надповільних польотів Леві.
2. На основі теорії неперервних у часі випадкових блукань отримано загальне рівняння, що описує процес релаксації для дворівневих систем, структурні елементи яких є незалежними один від одного та еволюціонують у відповідності з дихотомічним процесом.
3. Знайдено всі асимптотичні розв'язки зазначеного рівняння релаксації для випадків, коли часи перебування дворівневої системи в можливих станах мають важкі та/або надважкі розподіли, а також ряд точних аномальних релаксаційних функцій. Крім того, показано, що одержані залежності знаходять своє застосування для моделювання аномальних процесів, що пов'язані з ущільненням гранульованих матеріалів та адсорбцією-десорбцією речовин поверхнями субстратів.

### **Достовірність, обґрунтованість та повнота викладу результатів дисертації**

В дисертаційній роботі результати отримано на основі апробованих моделей та методів теоретичної фізики. Всі знайдені аналітичні залежності підтверджуються проведеним числовим моделюванням, а в часткових випадках нові результати в зводяться до вже відомих.

Результати дисертації в повній мірі опубліковані у 16 наукових працях, серед яких 5 статей у провідних фахових журналах, що індексуються наукометричними базами Scopus та Web of Science; 2 статті у провідному фаховому журналі, що індексується наукометричною базою Scopus; 1 стаття у матеріалах Міжнародної наукової конференції та 8 тез доповідей на Всеукраїнських та Міжнародних конференціях.

### **Зауваження**

Не зважаючи на наукову цінність отриманих результатів, представлена дисертаційна робота має ряд зауважень, які варто відмітити.

1. У другому та третьому розділі роботи проведено теоретичний опис розподілів надповільних польотів Леві. При цьому графічно показуються граничні густини ймовірності масштабованого значення даного випадкового процесу для різних значень параметрів, що характеризують модель. Доцільно було б навести також і графічне зображення поведінки оригінальних (немасштабованих) густин ймовірності положення випадкових блукань при різних значеннях часу, візуалізувавши тим самим їх залежність не тільки від параметрів моделі, а й від часу.
2. У підрозділі 3.3 отримана асимптотична поведінка розподілів оригінального положення випадкових блукань у режимі рідкісних флуктуацій. Показано, що в деяких випадках така поведінка не слідує із формул, що описують граничні густини ймовірності. Таким чином, за даних умов польоти Леві будуть мати різні масштабні властивості в області типових та рідкісних флуктуацій. Цікаво б було провести порівняння цих властивостей для двох зазначених областей.
3. Дослідження таких систем, як, наприклад, ансамблі феромагнітних наночастинок, адекватно здійснюється в рамках дворівневої апроксимації. В загальному ж випадку дворівневі моделі можуть давати доволі грубі наближення. Тому цікаво було б провести вивчення аномальних релаксаційних процесів з урахуванням узагальнення, що враховує можливість їх перебування не у двох, а у більшій кількості станів.
4. Як для кваліфікаційної наукової праці, у роботі представлена досить велика кількість матеріалу, а тому деякі підрозділи з додатковими результатами дослідження можна було б не включати до змісту дисертації (наприклад, підрозділ 5.5.1 з розрахунком густини ймовірності різниці часів перебування дворівневої системи в дозволених станах у випадку узагальненого телеграфного процесу).
5. В дисертаційній роботі містяться граматичні помилки та порушення правопису при побудові деяких речень.

Однак наведені зауваження не мають принципового характеру, не знижують наукової цінності одержаних у дисертаційній роботі результатів та не ставлять під сумнів достовірність та обґрунтованість основних положень, що виносяться на захист.

### Висновок

На підставі вищесказаного вважаю, що дисертаційна робота Бистрика Юрія Сергійовича «Аномальні транспортні та релаксаційні процеси у стохастичних системах з надповільною еволюцією» є самостійним та завершеним теоретичним дослідженням, що виконане на високому науковому рівні, і за актуальністю, новизною, практичною значущістю, повнотою викладення в опублікованих працях відповідає вимогам пп. 9, 11, 12, 13 «Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника» МОН України щодо дисертацій на здобуття ступеня кандидата наук, а її автор заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика.

Офіційний опонент:  
кандидат фізико-математичних наук,  
старший дослідник,  
завідувач лабораторії рентгенівської  
фазоконтрастної томографії на основі  
малогабаритних прискорювачів  
Інституту прикладної фізики НАН України

О.А. Лебедь

Підпис к.ф.-м.н., ст. досл. О.А. Лебеда засвідчую:  
вчений секретар  
Інституту прикладної фізики НАН України,  
кандидат фізико-математичних наук



О.І. Ворошило